

## نموذج النقل (Transportation Model)

(تعريف المشكلة كحالة خاصة من نماذج البرمجة الخطية وكيفية إيجاد الحل الأولي باستخدام طرق الركن الشمالي الغربي، الأقل كلفة وفوجل (VAM))

المادة: الإدارة الهندسية والسيطرة النوعية

المرحلة الرابعة

- نموذج النقل
- طرق قياس كلفة النقل

الكتب المنهجية:

1. د. عادل عبد المالك " الهندسة الصناعية - دار الكتب للطباعة والنشر - جامعة البصرة - الطبعة

الأولى 2000

2. د. خليل العاني ، د. إسماعيل إبراهيم القزاز ، د. عادل عبد المالك أوريل " إدارة الجودة الشاملة

ومتطلبات الأيزو " 2000:9001 الطبعة الأولى 2001 ، مطبعة الأشقر -بغداد.

3) *Hamdy A. Taha " Operations Research : an introduction" 6th edition ( 1997), Prentice-Hall.*

4) *Prem Kumar Gupta and D.S. Hira " Operations Research : an introduction" 2nd edition (1989) S. Chand & Company LTD, NewDelhi .*

5) *Charles E. Ebeling "An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering " (1997) , McGraw-Hill.*

الكتب المساعدة :

1. د. مازن بكر عادل وآخرون " بحوث العمليات للإدارة الهندسية " جامعة الموصل 1986

2) *Phillips,D.T.;Ravindran,A.;Solberg ,J." Operations Research : Principles and Practice " (1976) John Wiley.*

## نموذج النقل (Transportation Model)

يعتبر نموذج النقل من أهم نماذج البرمجة الخطية في المنشآت الصناعية ، إذ يعتبر مكملاً للعملية الإنتاجية بهدف إمدادها لما تحتاج إليه من مستلزمات الإنتاج في الوقت والمكان المحددين .

يبحث هذا النموذج نقل سلعة ما من عدد من المصادر المتمثلة بمراكز عرض (مراكز تجهيز المواد الأولية للمنشآت ) إلى مواقع مختلفة المتمثلة بمراكز الطلب ( المنشآت الصناعية ) بأقل التكاليف أو أقل زمن ممكن شرط أن يكون التجهيز عند كل مصدر والطلب عند كل موقع وكلفة نقل الوحدة الواحدة ( أو الزمن المستغرق لنقل الوحدات ) من كل مصدر إلى كل موقع معلومة ومحددة .

تعود الجذور التاريخية لنموذج النقل إلى عام 1941 عندما قدم هيتشكوك دراسته بعدوان "توزيع الإنتاج من عدة مصادر إلى مواقع مختلفة " وفي عام 1947 قدم كوبمانس دراسته بعنوان " الإستخدام الأمثل لمنظومة النقل " التي طورت من قبل دانتزك عام 1963 ، وفي عام 1951 درس دانتزك وآخرون طريقة التوزيع المعدل *Modify Distribution method (MODI)* للحصول على الحل الأمثل أما طريقة المسار المتعرج *Stepping Stone* فقد أقرحت من قبل شارنس و كوبر في عام 1954 . وفي عام 1955 توصل كوهن إلى حل مشكلة تخصيص المهام *Assignment problem* وهي حالة خاصة من مشكلة النقل وطورها كل من فورد وفولكرسن في عام 1957 ، أما طريقة تقريب فوجل *V.A.M.* فقد أقرحت من قبل فوجل عام 1958 ، وطريقة *R.A.M.* فقد أقرحت من قبل روسيل في عام 1968 .

### 1- مشكلة النقل بأقل كلفة: *The least cost transportation problem*

بافتراض وجود  $m$  من المصادر و  $n$  من المواقع وإن :

- $S_i$  تمثل عدد الوحدات المعروضة عند المصدر  $i$  .
- $D_j$  تمثل عدد الوحدات المطلوبة عند الموقع  $j$  .
- $C_{ij}$  تمثل كلفة نقل الوحدة الواحدة عند المسار  $(i, j)$  الذي يربط المصدر  $i$  بالموقع  $j$  .
- $X_{ij}$  تمثل عدد الوحدات المنقولة من المصدر  $i$  إلى الموقع  $j$  .

لذا فالهدف الرئيسي هو تحديد عدد الوحدات المنقولة من المصدر  $i$  إلى الموقع  $j$  بحيث تكون كلفة النقل الإجمالية أقل ما يمكن .

وبافتراض إن الكلف خطية ، فنموذج البرمجة الخطية لمشكلة النقل يكون :

$$\min . Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

في بعض الأحيان ، قد يكون مجموع العرض عند المصادر ومجموع الطلب عند المواقع غير متساويين . ففي هذه الحالة فالنموذج يكون غير متزن *unbalanced* ، ولتحقيق الإيزان نتبع :

$$1- \text{ إذا كان الطلب أكبر من العرض نضيف مصدر وهمي بحيث يجهز كمية الانقص البالغة } \cdot \sum_j b_j - \sum_i a_i$$

$$2- \text{ إذا كان الطلب أصغر من العرض نضيف موقع وهمي لإمتصاص الكمية الفائضة والبالغة } \cdot \sum_i a_i - \sum_j b_j$$

وإن كلفة نقل الوحدة الواحدة من هذه المصادر او لهذه المواقع الوهمية تكون مساوية للصفر . أما الخطوات الرئيسية المتبعة في حل نموذج النقل بأقل كلفة تكون :

- 1- نحدد الحل الابتدائي الأساسي المقبول *S.B.F.S.* .
- 2- نحدد المتغير الداخل من بين المتغيرات غير الأساسية ، فإذا كانت كل المتغيرات تحقق شرط المثالية نتوقف ، وبعبارة نذهب للخطوة التالية .
- 3- نحدد المتغير الخارج ( باستخدام شرط المقبولية ) من بين متغيرات الحل الأساسي الحالي ثم نجد الحل الأساسي الجديد ونعود للخطوة السابقة .

### طرق إيجاد الحل الابتدائي الأساسي المقبول:

1- طريقة الركن الشمالي الغربي *Northwest corner method* : تعتبر هذه الطريقة ابسط الطرق إذ تبدأ بتعيين أعلى كمية مسموح بها من بين العرض والطلب للمتغير  $X_{11}$  ( في أقصى اليمين الشمالي الغربي من الجدول ) ، أي إن  $X_{11} = \min.(a_1, b_1)$  ثم نستبعد العمود ( الصف ) المتحقق ومن ثم نساوي المتغيرات المتبقية للعمود ( للصف ) المستبعد بالصفر ، بعد تعديل كميات العرض والطلب لكل الصفوف والأعمدة غير المستبعدة نعين الخلية المقبولة العظمى للعنصر الأول غير المستبعد في العمود ( الصف ) الجديد وتكمل هذه العملية عندما يكون بالضبط صف واحد أو عمود واحد غير مستبعد .

2- طريقة الأقل كلفة *Least cost method* : تكون أفضل من الطريقة السابقة لأنها تأخذ التكاليف بنظر الاعتبار ، اما الأسلوب المتبع في هذه الطريقة هو ان تحدد الكمية المتاحة للمتغير الأقل كلفة للوحدة الواحدة ونستبعد العمود ( الصف ) المتحقق بعدئذ نعدل العرض والطلب لكل العناصر

غير المستبعدة ونكرر العملية بتحديد الكمية المتاحة للمتغير الأقل كلفة للوحد الواحد غير المستبعدة ونستمر بالحل حتى يتبقى لدينا صف (عمود) واحد غير مستبعد .

3- طريقة تقريب فوجل (*Vogel's Approximation Method (V.A.M.)*): تكون هذه الطريقة أفضل من سابقتها لأنها تعطينا حل أقرب للمثالية لكونها تأخذ كلف الجزاء بنظر الإعتبار ، وكمًا موضحة في الخطوات التالية :

أ- نقدر كلفة الجزاء لكل عمود ولكل صف بطرح قيمة أقل كلفتين متتاليتين من نفس الصف أو العمود .

ب- نحدد الصف أو العمود الذي له أكبر كلفة جزاء ونخصص الكمية المتاحة للمتغير الأقل كلفة في الصف أو العمود المختار ثم نعدل العرض والطلب بعد حذف الصف (العمود) المتحقق .

ج- 1. إذا بقي لدينا صف (عمود) واحد فقط غير محدود نوزع الكمية المتغيرات الأساسية في الصف (العمود) بطريقة الأقل كلفة .

2. إذا كانت كل الصفوف والأعمدة غير المحذوفة لها عرض وطلب صفر نحدد المتغيرات الأساسية الصفرية بطريقة الأقل كلفة .

3. وبعبارة أخرى ، نعيد احتساب كلفة الجزاء للصفوف والأعمدة غير المحذوفة ثم نعود للخطوة (ب) (مع ملاحظة إن الصفوف والأعمدة التي عرضها وطلبها صفر لا تحتسب كلف جزائهم) .

مع ملاحظة إنه إذا تساوت أكبر كلف الجزاء نختار من بينهم الصف (العمود) الذي فيه أقل كلفة

نقل وإذا تساوت أقل كلف نقل أيضاً نختار من بينهم الصف (العمود) الذي ينقل أكبر كمية وإذا ما

تساوت أكبر كمية نقل نختار الصف (العمود) بشكل عشوائي.

مثال-1 : الخزانات الثلاثة  $S_1, S_2, S_3$  يمكنها ضخ  $15, 20$  و  $25$  مليون لتر ماء صافي يومياً تمتد الأربعة مدن  $C_1, C_2, C_3, C_4$  وإحتياجاتها  $8, 10, 12$  و  $15$  مليون لتر ماء صافي يومياً . المطلوب التوصل إلى ترتيب نقل الماء الصافي بين الخزانات الثلاثة والمدن الأربعة بأقل التكاليف الكلية للنقل ( بفرض إن تخزين الماء الفائض عن الحاجة لايسبب أية كلفة ) إستناداً لكل ف النقل (لكل مليون لتر) المبينة في الجدول أدناه :

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
$S_1$	2	3	4	5
$S_2$	3	2	5	2
$S_3$	4	1	2	3

الحل : بسبب عدم التوازن لأن مجموع كميات الضخ ( $25+20+15=60$ ) أكبر من مجموع كميات الطلب ( $8+10+12+15=45$ ) ، لذا نضيف مدينة وهمية  $C_5$  تكون كلف نقل الماء الصافي إليها مساوي للصفر وكمية تجهيزها ( $60-45=15$ ) مليون لتر ماء صافي .

1- إيجاد الحل الأولي *S.B.F.S.* - نستخدم إحدى الطرق الأربعة التالية :

أ- طريقة الركن الشمالي الغربي -

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	Supply
$S_1$	2 8	3 7	4	5	0	15
$S_2$	3	2 3	5 12	2 5	0	20
$S_3$	4	1	2	3 10	0 15	25
Demand	8	10	12	15	15	60

وعليه فإن الكلفة الإجمالية للنقل هي :

$$T.T.C. = 2*8 + 3*7 + 2*3 + 5*12 + 2*5 + 3*10 + 0*15 = 143$$

ب- باستخدام طريقة الأقل كلفة :

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	Supply
$S_1$	2 0	3	4	5	0 15	15
$S_2$	3 5	2	5	2 15	0	20
$S_3$	4 3	1 10	2 12	3	0	25
Demand	8	10	12	15	15	60

وعليه فإن الكلفة الإجمالية للنقل ستكون :

$$T.T.C. = 2*0 + 0*15 + 3*5 + 2*15 + 4*3 + 1*10 + 2*12 = 91$$

ج- باستخدام طريقة فوجل VAM :

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	Supply	P.C.
$S_1$	2 0	3	4	5	0 15	15	<u>2</u> 1 1 <u>3</u>
$S_2$	3 5	2	5	2 15	0	20	2 0 0 1 1
$S_3$	4 3	1 10	2 12	3	0	25	1 1 2 1 1
Demand	8	10	12	15	15	60	
P.C.	1 1 1 1 1	1 1 1	2 <u>2</u> <u>2</u>	1 1 1 1 1	0		

وعليه فإن الكلفة الإجمالية للنقل ستكون :

$$T.T.C. = 2*0 + 0*15 + 3*5 + 2*15 + 4*3 + 1*10 + 2*12 = 91$$